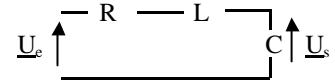


TP N° 16 : FILTRE PASSE-BAS ACTIF D'ORDRE 2 (DE SALLEN-KAY).

I. Rappel : filtre passe-bas passif d'ordre deux. (Voir le cours VIII, paragraphe V.A.)

Exemple du dipôle (R,L,C) série, la tension de sortie étant celle aux bornes du condensateur :



1. Fonction de transfert.

Elle s'écrit : $\underline{H}(jx) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$ (où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$).

2. Stabilité.

- En terme de « polynôme en jx ».

$\underline{H}(jx) = \frac{1}{D(jx)} = \frac{1}{(jx)^2 + \frac{1}{Q}(jx) + 1}$: la stabilité est assurée lorsque les coefficients de $D(jx)$ sont de même signe, donc pour $Q > 0$ ce qui est ici le cas.

- En terme d'équation différentielle ou de réponse indicielle.

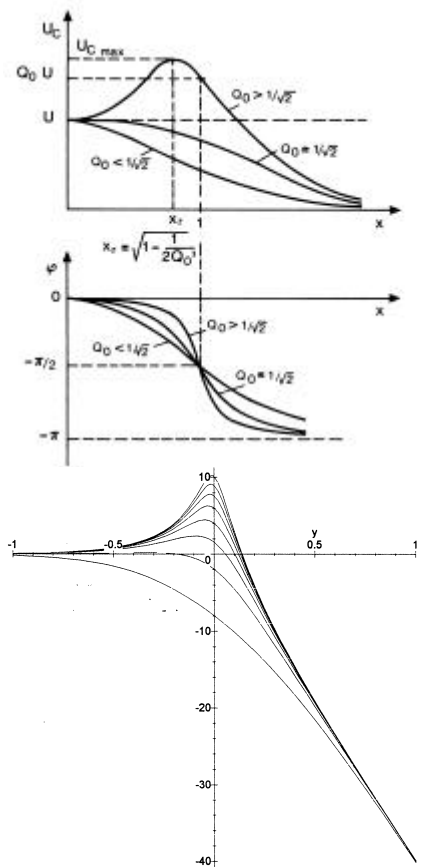
L'équation différentielle en u_s s'obtient facilement à partir de l'écriture précédente : $\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = \omega_0^2 u_e$.

Le régime libre, régi par $\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = 0$, est en $\exp(-\frac{\omega_0}{2Q} t)$ (qu'il soit pseudopériodique, critique ou apériodique), ainsi

pour $Q > 0$: $u_s \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$: le filtre est stable. La réponse indicielle (réponse temporelle à un échelon de tension unité débutant à $t = 0$) vérifie $u_s \rightarrow u_e = 1$ pour $t \rightarrow \infty$, elle ne diverge pas (cette réponse a été étudiée au TP6.IV.).

3. Réponse fréquentielle.

- Pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, on observe un phénomène de résonance (pour Q suffisamment grand $\omega_{rés} \approx \omega_0$ et $U_{c,rés} \approx Q U_e$).
- Pour $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$, il n'y a pas de résonance (voir les TP7 et 8).



Le diagramme de Bode peut s'étudier comme à l'exercice 3 de la série 7 en écrivant la fonction de transfert sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\frac{\omega}{a})(1 + j\frac{\omega}{b})}$ où $a = \frac{\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha}}{2\alpha}$

et $b = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha}}{2\alpha}$, avec $\alpha = \frac{1}{\omega_0^2}$ et $\beta = \frac{1}{\omega_0 Q}$.

- Pour Q faible on observe 3 asymptotes :
 - à 0 dB pour $\log \omega < \log a$,
 - à -20 dB par décade pour $\log a < \log \omega < \log b$,
 - à -40 dB par décade pour $\log \omega > \log b$.
- Lorsque Q augmente $a \rightarrow b$ et on observe seulement la pente à -40 dB par décade, puis le phénomène de résonance.

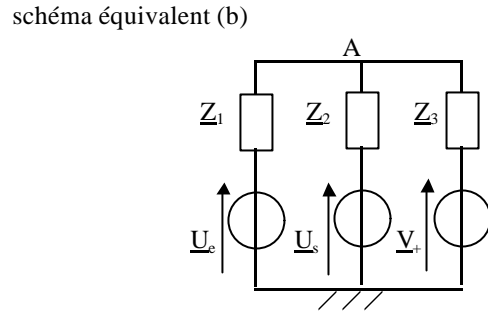
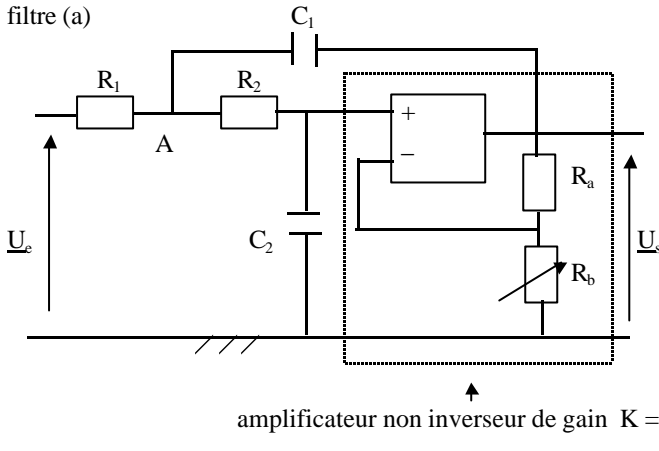
II. Objectif du TP.

On se propose de réaliser un filtre passe-bas *actif* du second ordre : le filtre de Sallen-Kay, d'étudier la stabilité puis la réponse fréquentielle en régime stable (en régime stable le filtre de Sallen-Kay est un passe-bas du second ordre).

III. Stabilité du filtre de Sallen-Kay.

1. Etude théorique de la stabilité.

Le schéma du filtre est le suivant :



Le calcul peut être mené par Maple à l'aide du schéma équivalent :
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{K}{1 + j\omega[C_2(R_1 + R_2) + R_1C_1(1 - K)] - \omega^2 R_1C_1R_2C_2}$$

L'équation différentielle en u_s s'obtient facilement à partir de l'écriture précédente :
$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = \omega_0^2 K u_e$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$ et $Q = \sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} \frac{1}{K_0 - K}$ où $K_0 = 1 + \frac{C_2}{C_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ et $K = 1 + \frac{R_a}{R_b}$ réglable par l'intermédiaire de R_b .

En remarquant que $Q > 0 \Rightarrow K < K_0 \Rightarrow R_b > \frac{R_a}{K_0 - 1} = R_{b0}$, remplir les tableaux suivants.

Tableau 1.

Dans chaque cas indiquer :

- si le système est stable (d'après le signe de Q),
- s'il oscille ou non (d'après le signe du discriminant de l'équation caractéristique associée à l'équation différentielle qui régit le régime libre : $\Delta = \omega_0^2 \left(\frac{1}{Q^2} - 4 \right) < 0 \Rightarrow |Q| > 1/2$)

Dans chaque cas, représenter l'allure de u_s en régime libre si à $t = 0 : u_s = u_{s0}$ et $\frac{du_s}{dt} = 0$.



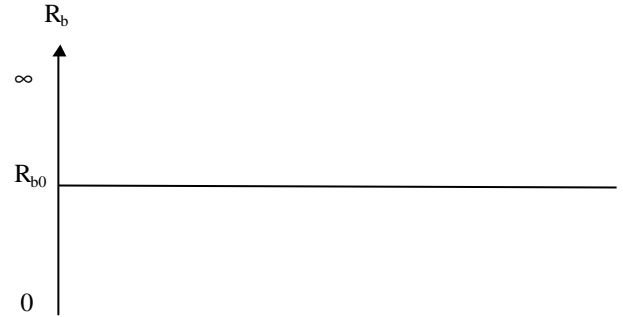
Tableau 2.

Variations de Q en fonction de R_b .

R_b	∞	R_{b0}	0
signe de Q			
variations de Q			

Tableau 3.

Reprendre le raisonnement du tableau 1 en terme de R_b pour un signal d'entrée nul ($u_e = 0$) et montrer que des oscillations peuvent prendre naissance à partir d'un déséquilibre initial lorsque R_b diminue jusqu'en R_{b0} .



2. Etude expérimentale de la stabilité.

On choisit $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 10 \text{ nF}$; $R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega$; $C_2 = 47 \text{ nF}$; $R_a = 10 \text{ k}\Omega$; R_b étant une boîte à décades.
 Contrôler chacune des valeurs précédentes :

Calculer à l'aide des valeurs contrôlées :

- $f_0 = \omega_0 / 2\pi = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} =$
- $K_0 = 1 + \frac{C_2}{C_1} (1 + \frac{R_2}{R_1}) =$
- $R_{b0} = \frac{R_a}{K_0 - 1} =$

Faire le montage et réaliser $u_e = 0$ à l'aide d'un court-circuit (si le G.B.F. est branché, l'éteindre avant de le court-circuiter).
 Diminuer R_b en partant d'une valeur supérieure à la valeur R_{b0} calculée ci-dessus.

Relever la valeur R_{b0} expérimentale permettant la naissance des oscillations. La contrôler à l'ohmmètre et la comparer à la valeur attendue :

V. Réponse fréquentielle en régime forcé stable.

On fixe pour cette partie R_b supérieur à R_{b0} afin que le régime soit stable, et on se propose de tracer le diagramme de Bode en gain pour trois valeurs du facteur de qualité.

Dans chaque cas, la valeur du facteur de qualité est déterminée par le valeur de K .
 Celle-ci étant donnée, on calculera dans chaque cas :

- la valeur à fixer pour R_b ($R_b = \frac{R_a}{K - 1}$),
- la valeur du facteur de qualité ($Q = \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \frac{1}{K_0 - K}}$),
- la valeur de l'asymptote basse fréquence, à 0 dB par décade : $G(f \rightarrow 0) = 20 \log K$.

On tracera le diagramme de Bode avec $U_e = -10 \text{ dB}$. Les trois diagrammes seront tracés sur le même graphe.

1. $K = 1$

- $R_b = \frac{R_a}{K - 1} \rightarrow \infty$ on prendra $R_b = 10 \text{ M}\Omega$.
- $Q = \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \frac{1}{K_0 - K}} =$
- $G(f \rightarrow 0) = 20 \log K = 0$.

f (kHz)	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10	30	50	100
G (f) = U _{s,dB} + 10 (dB)										

Vérifier les pentes à - 20 dB/décade puis à - 40 dB/décade , calculer les valeurs théoriques des fréquences caractéristiques f_a et f_b (voir I) et les comparer avec celles obtenues sur le graphe :

- $f_a = \frac{a}{2\pi} =$
- $f_b = \frac{b}{2\pi} =$

2. $K = K_0 - 1,4 =$

- $R_b = \frac{R_a}{K-1} =$
- $Q = \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \frac{1}{K_0 - K} =$
- $G(f \rightarrow 0) = 20 \log K =$

f (kHz)	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10	30	50	100
G (f) = U _{s,dB} + 10 (dB)										

Cette fois f_a → f_b : vérifier la pente à - 40 dB/décade.

3. $K = K_0 - 0,2 =$

- $R_b = \frac{R_a}{K-1} =$
- $Q = \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \frac{1}{K_0 - K} =$
- $G(f \rightarrow 0) = 20 \log K =$

f (kHz)	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10	30	50	100
G (f) = U _{s,dB} + 10 (dB)										

Q est suffisamment élevé pour que l'on puisse écrire : f_{rés} ≈ f₀ et U_{s,rés} ≈ K Q U_e ⇒ G_{rés} ≈ 20 log (K Q) =
 Comparer aux résultats obtenus.

Diagrammes obtenus avec Maple pour les trois valeurs de K précédentes :

