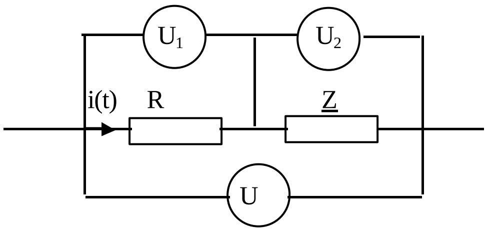
SERIE D'EXERCICES N° 5 : ELECTROCINETIQUE : PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL FORCE

Exercice 1 : méthode des trois voltmètres.

Pour mesurer la puissance active d'un dipôle, nous plaçons une résistance de valeur R connue en série avec le dipôle et nous disposons trois voltmètres comme indiqué sur le schéma suivant :



1. Déterminer le facteur de puissance du dipôle en fonction des indications U, U_1 et U_2 des trois voltmètres.
2. En déduire la puissance active P reçue par le dipôle en fonction de U, U_1, U_2 et R.

Exercice 2 : adaptateur d'impédances à composants réactifs.

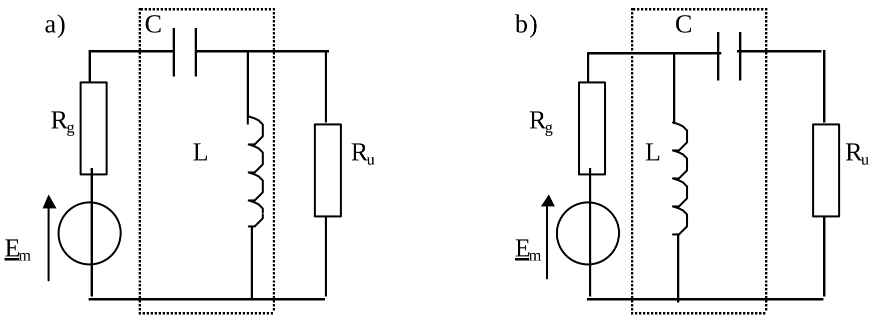
Pour transmettre une puissance maximale du générateur ($\underline{E}_m$, R_g) à l'utilisation $R_u \neq R_g$, on intercale entre le générateur et l'utilisation un quadripôle réalisé avec une inductance et une capacité.

1. Montrer que la structure a) permet l'adaptation d'impédances souhaitée lorsque $R_u > R_g$.

Calculer L et C en fonction de R_u , R_g et ω pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.

2. Montrer que la structure b) permet cette adaptation lorsque $R_u < R_g$.

Calculer L et C en fonction de R_u , R_g et ω pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.

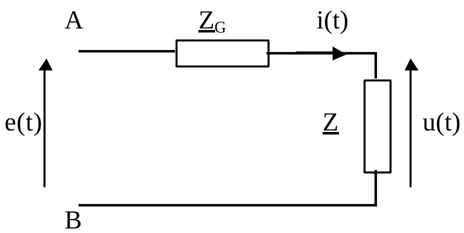


Exercice 3 : adaptation d'impédances.

Si on connecte entre A et B deux impédances quelconques $\underline{Z}_G$ et $\underline{Z}$, on démontre (voir le cours) que la puissance électrique moyenne P dissipée dans l'impédance $\underline{Z}$ est maximale lorsque $\underline{Z} = \underline{Z}_G^*$.

1. Que se passe-t-il si $\underline{Z}$ est purement imaginaire ?
2. Pour $f_0 = 150.10^6$ Hz , déterminer $\underline{Z}_G$ dans les deux cas suivants :

- $\underline{Z}$ est une résistance pure $R = 150\ \Omega$ en parallèle avec une capacité $C = 100$ pF .
- $\underline{Z}$ est une résistance pure $R = 150\ \Omega$ en parallèle avec une inductance $L = 3\ .10^{-8}$ H .



avec $e(t) = E\sqrt{2}\cos\omega_0 t$ et $\omega_0 = 2\,\pi\,f_0$

Exercice 4 : relèvement du $\cos\varphi$.

On considère l'installation en courant alternatif ayant les caractéristiques suivantes : fréquence $f = 50$ Hz , intensité efficace $I = 20$ A , tension efficace $U = 10^4$ V , puissance active $P = 120$ kW .

On demande de calculer le facteur de puissance de cette installation et de calculer la capacité qu'il faut mettre aux bornes pour annuler ce déphasage (on supposera que l'installation a une dominante inductive, ce qui fait que i est en retard sur u).

Exercice 5 : aspect énergétique du facteur de qualité.

Calculer l'énergie électromagnétique E emmagasinée à l'instant t dans un dipôle RLC série fonctionnant en régime sinusoïdal forcé. Vérifier que E est indépendant de t à la résonance d'intensité. Interpréter ce résultat à l'aide d'un bilan énergétique. Pour $\omega \neq \omega_0$ calculer la moyenne temporelle $\langle E \rangle$ de E ainsi que l'énergie W dissipée dans le dipôle en une période T. Montrer que $\langle E \rangle / W$ s'exprime simplement en fonction du facteur de qualité Q du dipôle et du rapport ω/ω_0. Examiner le cas particulier $\omega = \omega_0$ et proposer une définition énergétique de Q.

Réponses.

Exercice 1.

1) $\cos\varphi = \dfrac{U^2 - U_1{}^2 - U_2{}^2}{2\,U_1 U_2}$. 2) $P = \dfrac{U^2 - U_1{}^2 - U_2{}^2}{2\,R}$.

Exercice 2.

1) pour $R_u > R_g$: $C = \dfrac{1}{\omega\sqrt{R_g(R_u - R_g)}}$ et $L = \dfrac{R_u}{\omega}\sqrt{\dfrac{R_g}{R_u - R_g}}$. 2) pour $R_u < R_g$: $C = \dfrac{1}{\omega\sqrt{R_u(R_g - R_u)}}$ et $L = \dfrac{R_g}{\omega}\sqrt{\dfrac{R_u}{R_g - R_u}}$.

Exercice 3.

1) $R_G = 0$ et $X_G = -X$; si $X = L\omega_0 > 0$: $C = \dfrac{1}{L\omega_0{}^2}$ réalise l'adaptation ; si $X = -\dfrac{1}{C\omega_0} < 0$: $L = \dfrac{1}{C\omega_0{}^2}$ réalise l'adaptation.

2.a) $\dfrac{1}{\underline{Z_G}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{jL\omega}$ où $L = \dfrac{1}{C\omega_0{}^2} = 11{,}3$ nH . 2.b) $\dfrac{1}{\underline{Z_G}} = \dfrac{1}{R} + jC\omega$ où $C = \dfrac{1}{L\omega_0{}^2} = 37{,}5$ pF .

Exercice 4.

$C = \dfrac{I}{U}\dfrac{\sin\varphi_{u/i}}{\omega} = 5{,}1\ \mu F$.

Exercice 5.

$E = I^2 \left(L\cos^2(\omega t+\varphi) + \dfrac{1}{C\omega^2}\sin^2(\omega t+\varphi) \right)$.

A la résonance d'intensité $E = L\,I^2$.

$< E > = \dfrac{I^2}{2}\left(L + \dfrac{1}{C\omega^2}\right)$; $W = R\,I^2\,T$; $\dfrac{< E >}{W} = \dfrac{Q}{4\pi}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} + \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)$; $Q = 2\pi\dfrac{< E >}{W}$.